

3 Rekenen en herleiden

Voorkennis Rekenen met breuken

Bladzijde 118

1 a $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{11} = \frac{15}{77}$

d $12 \cdot \frac{5}{12} = 5$

g $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{9} \cdot 3 = \frac{30}{63} = \frac{10}{21}$

b $7 \cdot \frac{2}{19} = \frac{14}{19}$

e $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$

h $\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{6} = 1$

c $8 \cdot \frac{3}{8} = 3$

f $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$

i $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{20}{168} = \frac{5}{42}$

2 a $6 \cdot 1\frac{1}{6} = 6 \cdot \frac{7}{6} = 7$

d $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{3}{4} \cdot 4 \cdot \frac{7}{3} = 3 \cdot \frac{7}{3} = 7$

b $\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

e $\frac{1}{10} \cdot 25 \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

c $8 \cdot 2\frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{5}{2} = \frac{40}{2} = 20$

f $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{4} = \frac{140}{24} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$

3 a $\frac{\left(\frac{2}{9}\right)}{5} = \frac{\frac{2}{9} \cdot 9}{5 \cdot 9} = \frac{2}{45}$

b $\frac{6}{\left(\frac{3}{4}\right)} = 6 \cdot \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8$

c $\frac{\left(\frac{5}{6}\right)}{4} \cdot \frac{3}{\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 6}{4 \cdot 6} \cdot 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{24} \cdot \frac{15}{2} = \frac{75}{48} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$

Bladzijde 119

4 a $\frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{2}{15} + \frac{3}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

b $\frac{4}{7} - \frac{1}{14} = \frac{8}{14} - \frac{1}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

c $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} - \frac{10}{20} = \frac{13}{20}$

d $1\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = \frac{4}{3} + \frac{11}{4} = \frac{16}{12} + \frac{33}{12} = \frac{49}{12} = 4\frac{1}{12}$

e $\frac{1}{14} \cdot \left(\frac{5}{13} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{15}{39} + \frac{13}{39}\right) = \frac{1}{14} \cdot \frac{28}{39} = \frac{2}{39}$

f $\frac{2}{3} \cdot (5\frac{1}{4} - 4\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{21}{4} - \frac{13}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{63}{12} - \frac{52}{12}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{12} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$

3.1 Breuken en verhoudingen

Bladzijde 120

1 Het deel dat niet is vernietigd is $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ deel.

2 $\frac{3}{b} \cdot a = \frac{3a}{b}$

$p \cdot q \cdot \frac{1}{r} = \frac{pq}{r}$

$$\begin{array}{ll}
 \text{11 a } \frac{3a}{6b} = \frac{a}{2b} & \text{d } \frac{20p^2q^2}{3p^2} = \frac{20q^2}{3} = 6\frac{2}{3}q^2 \\
 \text{b } \frac{10pq}{5q} = 2p & \text{e } \frac{6x^2y}{2x} + \frac{10x^3y^2}{5x^2y} = 3xy + 2xy = 5xy \\
 \text{c } \frac{4ab^2}{5ab} = \frac{4}{5}b & \text{f } \frac{24a^2b^2}{4a} - \frac{(3ab)^3}{a^2b} = 6ab^2 - \frac{27a^3b^3}{a^2b} \\
 & = 6ab^2 - 27ab^2 = -21ab^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{12 a } \frac{1}{p} + 2p \cdot \frac{3q}{5p^2} = \frac{1}{p} + \frac{6pq}{5p^2} = \frac{5}{5p} + \frac{6q}{5p} = \frac{5+6q}{5p} \\
 \text{b } \frac{a}{3} : \frac{2c}{b} - \frac{a}{c} = \frac{a}{3} \cdot \frac{b}{2c} - \frac{a}{c} = \frac{ab}{6c} - \frac{6a}{6c} = \frac{ab-6a}{6c} \\
 \text{c } \frac{xy}{2x^2} \cdot (y+1) - \frac{3}{x} = \frac{y(y+1)}{2x} - \frac{6}{2x} = \frac{y^2+y-6}{2x} \\
 \text{d } \frac{p}{2q} + \frac{p}{q} : \frac{2p^2}{3q} = \frac{p}{2q} + \frac{p}{q} \cdot \frac{3q}{2p^2} = \frac{p}{2q} + \frac{3pq}{2p^2q} = \frac{p^2}{2pq} + \frac{3q}{2pq} = \frac{p^2+3q}{2pq} \\
 \text{e } (2a+1) \cdot \frac{5a}{2a+1} + \frac{1}{a} = 5a + \frac{1}{a} = \frac{5a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{5a^2+1}{a} \\
 \text{f } \frac{1}{p} \cdot \frac{2}{q} \cdot \frac{pq}{q+1} - \frac{p}{q+1} = \frac{2pq}{pq(q+1)} - \frac{p}{q+1} = \frac{2}{q+1} - \frac{p}{q+1} = \frac{2-p}{q+1}
 \end{array}$$

Bladzijde 124

$$\begin{array}{l}
 \text{13 a } A = \frac{2}{x-3} - \frac{4}{3x} = \frac{6x}{3x(x-3)} - \frac{4(x-3)}{3x(x-3)} = \frac{6x-4x+12}{3x(x-3)} = \frac{2x+12}{3x^2-9x} \\
 \text{b } B = 5 - \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2}{p^2} - \frac{2p}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2-2p-1}{p^2} \\
 \text{c } C = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} : \frac{4}{a+b} = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4} = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{4} = \frac{30}{4a} = \frac{15}{2a}
 \end{array}$$

$$\text{14 } \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ deel van de karpers is een geel vrouwtje.}$$

De helft van de karpers is een vrouwtje, dus $\frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ deel van de karpers is een rood vrouwtje.

$\frac{3}{5}$ deel van de karpers is rood, dus $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ deel van de karpers is een rood mannetje.

15 De afstand wordt verdeeld in $1 + 2 + 3 = 6$ gelijke delen.

Elk deel is $\frac{24}{6} = 4$ km.

Anna legt 4 km af, Bram 8 km en Eva 12 km.

Bladzijde 125

16 Eva loopt drie delen meer dan Anna, dus drie delen is 4,5 km. Dan is één deel $\frac{4,5}{3} = 1,5$ km.
Bram loopt $5 \cdot 1,5 = 7,5$ km.

17 a Er zijn $47 + 100 = 147$ gelijke delen.

Eén deel is $\frac{2,32}{147}$ miljoen.

Er wonen dus $47 \cdot \frac{2,32}{147} \approx 0,74$ miljoen vrouwen in Qatar.

b Er zijn $5 + 6 = 11$ gelijke delen.

Elf delen zijn 1,38 miljard mensen, dus één deel is $\frac{1,38 \text{ miljard}}{11} \approx 0,125$ miljard.

De mannen hebben één deel meer, dus er zijn ongeveer 0,125 miljard (125 miljoen) meer mannen dan vrouwen in China.

Bladzijde 121

3 a $p \cdot \frac{2p+1}{p} = 2p+1$

b $\frac{5}{q} \cdot \frac{3-q}{3q} = \frac{5(3-q)}{3q^2} = \frac{15-5q}{3q^2}$

c $7 \cdot \frac{2a}{b} \cdot \frac{a-1}{3b} = \frac{14a(a-1)}{3b^2} = \frac{14a^2-14a}{3b^2}$

4 a $\frac{3}{a} \cdot \frac{4}{a-1} = \frac{12}{a(a-1)} = \frac{12}{a^2-a}$

b $\frac{6}{p} \cdot \frac{p+1}{5-p} = \frac{6}{p} \cdot \frac{5-p}{p+1} = \frac{6(5-p)}{p(p+1)} = \frac{30-6p}{p^2+p}$

c $3 \cdot \frac{5a}{b} \cdot \frac{2a-4}{b} = \frac{15a(2a-4)}{b^2} = \frac{30a^2-60a}{b^2}$

5 $A : \frac{B}{C} = \frac{A}{\left(\frac{B}{C}\right)} = \frac{A \cdot C}{\frac{B}{C} \cdot C} = \frac{AC}{B}$

Omdat $\frac{AC}{B} = A \cdot \frac{C}{B}$ volgt hieruit dat $A : \frac{B}{C} = A \cdot \frac{C}{B}$.

6 $\left(1+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{4}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1+\frac{1}{1001}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \dots \cdot \frac{1002}{1001}$

De tellers allemaal één breuk naar rechts opschuiven geeft

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{5}{5} \cdot \dots \cdot \frac{1001}{1001} \cdot \frac{1002}{1} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 1002 = \frac{1}{2} \cdot 1002 = 501.$$

Bladzijde 122

7 a $\frac{4x+1}{2x} \cdot 2x = 4x+1$

b $\frac{5}{p+1} \cdot \frac{q}{8-q} = \frac{5}{p+1} \cdot \frac{8-q}{q} = \frac{5(8-q)}{q(p+1)} = \frac{40-5q}{pq+q}$

c $\frac{4}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3a-1}{a} = \frac{8(3a-1)}{a^2b} = \frac{24a-8}{a^2b}$

d $\frac{a}{3} \cdot \frac{a-1}{4} \cdot \frac{5}{a+1} = \frac{5a(a-1)}{12(a+1)} = \frac{5a^2-5a}{12a+12}$

e $3a : \frac{3a+1}{2a-1} = 3a \cdot \frac{2a-1}{3a+1} = \frac{3a(2a-1)}{3a+1} = \frac{6a^2-3a}{3a+1}$

f $6a \cdot \frac{4a-1}{6a} = 4a-1$

8 $\frac{1}{3} + \frac{3}{8} = \frac{8}{24} + \frac{9}{24} = \frac{17}{24}$

Eva neemt nog $1 - \frac{17}{24} = \frac{7}{24}$ deel voor haar rekening.

- 9 a II
b III
c III
d I

Bladzijde 123

10 a $\frac{6}{a} + \frac{3}{a} = \frac{9}{a}$

b $\frac{5}{2b} - \frac{3}{2b} = \frac{2}{2b} = \frac{1}{b}$

c $\frac{1}{2x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{2x} + \frac{4}{2x} = \frac{5}{2x}$

d $\frac{3}{2a} - \frac{2}{3a} = \frac{9}{6a} - \frac{4}{6a} = \frac{5}{6a}$

e $\frac{1}{ab} - \frac{1}{b} = \frac{1}{ab} - \frac{a}{ab} = \frac{1-a}{ab}$

f $\frac{a}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a^2}{ab} - \frac{b}{ab} = \frac{a^2-b}{ab}$

g $2 + \frac{1}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2x+1}{x}$

h $3a - \frac{2}{a} = \frac{3a^2}{a} - \frac{2}{a} = \frac{3a^2-2}{a}$

i $5a - \frac{6}{a^2} = \frac{5a^3}{a^2} - \frac{6}{a^2} = \frac{5a^3-6}{a^2}$

- 18** De verhouding 2 : 1 is te schrijven als 10 : 5 en de verhouding 4 : 1 is te schrijven als 12 : 3. Beide flessen bevatten nu 15 gelijke delen. Na samenvoegen zijn er $10 + 12 = 22$ delen water en $5 + 3 = 8$ delen sap. De verhouding is dus 22 : 8, oftewel 11 : 4.

- 19 a** De verhouding 2 : 3 is te schrijven als 4 : 6.
De verhouding mannen : vrouwen : kinderen is dus 4 : 6 : 1.
De verhouding van het aantal volwassenen tot het aantal kinderen is dus 10 : 1.
- b** De verhouding 3 : 4 is te schrijven als 9 : 12 en de verhouding 7 : 6 is te schrijven als 14 : 12.
De verhouding noten voor Olivia, Ina en Nathalie is dus 9 : 12 : 14.
Er zijn $9 + 12 + 14 = 35$ gelijke delen en één deel is $\frac{770}{35} = 22$.
Dus de jongste kreeg $9 \cdot 22 = 198$ noten.

Bladzijde 126

- 20 a** Er zijn $3 + 4 + 5 = 12$ gelijke delen.
Eén deel is $\frac{2340}{12} = 195 \text{ m}^3/\text{s}$.
Afvoer in I: $3 \cdot 195 = 585 \text{ m}^3/\text{s}$.
Afvoer in II: $4 \cdot 195 = 780 \text{ m}^3/\text{s}$.
Afvoer in III: $5 \cdot 195 = 975 \text{ m}^3/\text{s}$.
- b** Afvoer in II zou zijn: $4 \cdot \frac{3000}{12} = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$.
Dat is teveel, dus de afvoer in II wordt door de stuw beperkt tot $800 \text{ m}^3/\text{s}$.
Er blijft dan nog $2200 \text{ m}^3/\text{s}$ over voor I en III in de verhouding 3 : 5.
Er zijn $3 + 5 = 8$ gelijke delen. Eén deel is $\frac{2200}{8} = 275 \text{ m}^3/\text{s}$.
Afvoer in I: $3 \cdot 275 = 825 \text{ m}^3/\text{s}$.
Afvoer in III: $5 \cdot 275 = 1375 \text{ m}^3/\text{s}$.
- c** De afvoer in III is groter dan bij vraag b, dus de stuw is wederom in werking.
De afvoer in II is dus $800 \text{ m}^3/\text{s}$.
I en III zijn samen acht gelijke delen.
Vijf delen zijn $1500 \text{ m}^3/\text{s}$, dus één deel is $\frac{1500}{5} = 300 \text{ m}^3/\text{s}$.
De afvoer in I is $3 \cdot 300 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$.
De aanvoer is $900 + 800 + 1500 = 3200 \text{ m}^3/\text{s}$.

21 $12 \cdot x = 18 \cdot 32$, dus $x = \frac{18 \cdot 32}{12} = 48$ $32 \cdot y = 12 \cdot 80$, dus $y = \frac{12 \cdot 80}{32} = 30$

22 $10 \cdot p = 15 \cdot 18$, dus $p = \frac{15 \cdot 18}{10} = 27$ $10 \cdot q = 18 \cdot 25$, dus $q = \frac{18 \cdot 25}{10} = 45$
 $15 \cdot r = 10(r + 10)$
 $15r = 10r + 100$
 $5r = 100$
 $r = 20$
 $10s = 25 \cdot r$ en $r = 20$, dus $s = \frac{25 \cdot 20}{10} = 50$.

Bladzijde 127

- 23 a** Er zijn voor het lakmengsel $10 + 5 + 2 = 17$ gelijke delen.
De hoeveelheid lak in het mengsel is dus $\frac{10}{17} \cdot 8,5 = 5$ liter.
De verhouding blauw : geel in de lak is 3 : 2, dus hij gebruikt 2 liter gele lak.
- b** Voor 6,8 liter lakmengsel heeft hij $\frac{10}{17} \cdot 6,8 = 4$ liter lak nodig.
Hiervan is $\frac{5}{8} \cdot 4 = 2,5$ liter rode lak. Hij heeft dus genoeg.

- c Hij zou normaal $\frac{2}{17} \cdot 5,1 = 0,6$ liter thinner gebruiken, maar hij gebruikt nu maar $0,75 \cdot 0,6 = 0,45$ liter.
Het lakmengsel bestaat dus uit $5,1 - 0,45 = 4,65$ liter lak en verharder in de verhouding $10 : 5$.
15 delen is $4,65$ liter, dus 1 deel lakmengsel is $\frac{4,65}{15} = 0,31$ liter.
Hij heeft dus $5 \cdot 0,31 = 1,55$ liter verharder nodig.
- d Voor de paarse lak geldt $3 + 5 = 8$ gelijke delen, dus $\frac{3}{8} \cdot 2 = 0,75$ liter rood en $\frac{5}{8} \cdot 2 = 1,25$ liter blauw. Voor de groene lak geldt $3 + 1 = 4$ gelijke delen, dus $\frac{3}{4} \cdot 3 = 2,25$ liter blauw en $\frac{1}{4} \cdot 3 = 0,75$ liter geel.
In totaal levert dat een lak op met $0,75$ liter rood, $1,25 + 2,25 = 3,5$ liter blauw en $0,75$ liter geel.
 $\frac{7}{12}$ deel is $3,5$ liter, dus $\frac{3}{12}$ deel is $\frac{3}{7} \cdot 3,5 = 1,5$ liter rood en $\frac{2}{12}$ deel is $\frac{2}{7} \cdot 3,5 = 1$ liter geel.
Er moet dus $0,75$ liter rode lak en $0,25$ liter gele lak bij.

Bladzijde 128

- 24 a Er zijn $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ gelijke delen.
Er zijn dus 8 delen nodig voor een meerderheid.
A en B hebben samen 9 delen, dus een meerderheid.
A en C hebben samen 8 delen, dus ook een meerderheid.
15 delen zijn 150 zetels, dus één deel is 10 zetels.
Een coalitie van A en B heeft $9 \cdot 10 = 90$ zetels.
Een coalitie van A en C heeft $8 \cdot 10 = 80$ zetels.
- b Er zijn $10 + 9 + 8 + 7 + 6 = 40$ gelijke delen.
A en B hebben samen 19 delen, terwijl voor een meerderheid 21 delen nodig zijn.
A en B zijn de grootste partijen. Als zij samen geen meerderheid kunnen vormen, dan kunnen twee andere partijen dat ook niet. Er zijn dus minstens drie partijen nodig.
- c Stel partij A heeft a zetels. Dan heeft B er $a - 5$, C er $a - 10$, D er $a - 15$ en E er $a - 20$.
Er zijn dan $a + a - 5 + a - 10 + a - 15 + a - 20 = 5a - 50$ zetels in totaal.
 $5a - 50 = 150$
 $5a = 200$
 $a = 40$
De verhouding is dus $40 : 35 : 30 : 25 : 20$ en dat is hetzelfde als $8 : 7 : 6 : 5 : 4$.
- d A en E hebben samen $16 + 1 = 17$ delen en B, C en D hebben samen $29 + 19 + 17 = 65$ gelijke delen.
B, C en D hebben dus 65 zetels of een veelvoud hiervan. Omdat ze minder dan 75 zetels hebben, hebben ze dus 65 zetels.
A en E hebben dus samen $150 - 65 = 85$ zetels en partij A heeft $16 \cdot \frac{85}{17} = 80$ zetels.

3.2 Herleiden van formules**Bladzijde 130**

- 25 a De oppervlakte van $ABCD$ is $a \cdot b = ab$.
b De oppervlakte van $AEFD$ is $b \cdot b = b^2$ en de oppervlakte van $ABCD$ is ab .
De oppervlakte van $EBCF$ is dus $ab - b^2$.
c $EB = AB - AE = a - b$, dus de oppervlakte van $EBCF$ is $(a - b) \cdot b = ab - b^2$.
- 26 a De oppervlakte van I is $a \cdot a = a^2$.
De oppervlakte van II is $a \cdot b = ab$.
De oppervlakte van III is $a \cdot c = ac$.
De oppervlakte van IV is $b \cdot c = bc$.
De oppervlakte van $AEFG$ is dus $a^2 + ab + ac + bc$.
b $AE = a + b$ en $AG = a + c$.
De oppervlakte van $AEFG$ is dus $(a + b) \cdot (a + c) = a^2 + ac + ab + bc = a^2 + ab + ac + bc$.

Bladzijde 131

- 27** a $3(x-5)^2 - 10(x+1) = 3(x^2 - 10x + 25) - 10x - 10 =$
 $3x^2 - 30x + 75 - 10x - 10 = 3x^2 - 40x + 65$
- b $(4a-1)^2 + 4(2a+1) = 16a^2 - 8a + 1 + 8a + 4 = 16a^2 + 5$
- c $20x - (x-10)^2 = 20x - (x^2 - 20x + 100) = 20x - x^2 + 20x - 100 = -x^2 + 40x - 100$
- d $(6-2a)(3a+1) - 3a(a-4) = 18a + 6 - 6a^2 - 2a - 3a^2 + 12a = -9a^2 + 28a + 6$
- 28** a $(3-2x)^2 - 4(x-2)^2 = 9 - 12x + 4x^2 - 4(x^2 - 4x + 4) =$
 $9 - 12x + 4x^2 - 4x^2 + 16x - 16 = 4x - 7$
- b $(6-a)(2a-1) + 3a(a-2) = 12a - 6 - 2a^2 + a + 3a^2 - 6a = a^2 + 7a - 6$
- c $A = 0,15 \cdot \frac{x}{0,375} \cdot (x-2) = \frac{0,15}{0,375} \cdot x \cdot (x-2) = 0,4x(x-2) = 0,4x^2 - 0,8x$
 Dus $a = 0,4$ en $b = -0,8$.

Bladzijde 132

- 29** a $9 \cdot 9 - 10 \cdot 8 = 81 - 80 = 1$
 $10 \cdot 10 - 11 \cdot 9 = 100 - 99 = 1$
 $11 \cdot 11 - 12 \cdot 10 = 121 - 120 = 1$
- b $26 \cdot 24$
- c Het is *getal* $\times$ *getal* min één groter dan het *getal* $\times$ één kleiner dan het *getal*.
- d $a^2 - (a+1)(a-1) = a^2 - (a^2 - 1) = a^2 - a^2 + 1 = 1$
 Hiermee is aangetoond dat het rijtje kan worden voortgezet met steeds dezelfde uitkomst.
- e Alle berekeningen zijn van de vorm $a^2 - (a+2)(a-2)$.
 Haakjes wegwerken geeft $a^2 - (a+2)(a-2) = a^2 - (a^2 - 4) = a^2 - a^2 + 4 = 4$.
 Dus het rijtje kan worden voortgezet met steeds dezelfde uitkomst, namelijk 4.
- f *
- 30** a $(2x-3)^2 - (4x-1)(3x+1) = 4x^2 - 12x + 9 - (12x^2 + x - 1) =$
 $4x^2 - 12x + 9 - 12x^2 - x + 1 = -8x^2 - 13x + 10$
- b $B = 0,018 \cdot \frac{p}{0,072} \cdot (2q-5) = \frac{0,018}{0,072} \cdot p(2q-5) = \frac{1}{4}p(2q-5) = \frac{1}{2}pq - \frac{1}{4}p$
 Dus $a = \frac{1}{2}$ en $b = -\frac{1}{4}$.
- c $C = 1,8 \cdot \frac{x+4}{2} : \frac{3}{x-1} = 1,8 \cdot \frac{x+4}{2} \cdot \frac{x-1}{3} = \frac{1,8}{2 \cdot 3} \cdot (x+4)(x-1) = 0,3(x^2 + 3x - 4) = 0,3x^2 + 0,9x - 1,2$
 Dus $a = 0,3$, $b = 0,9$ en $c = -1,2$.
- 31** a $R = (-0,05 \cdot 150 + 20) \cdot 150 = 1875$ euro
 $K = 2 \cdot 150 + 500 = 800$ euro
 $p = -0,05 \cdot 150 + 20 = 12,50$ euro
- b $W = (-0,05q + 20)q - (2q + 500) = -0,05q^2 + 20q - 2q - 500 = -0,05q^2 + 18q - 500$
- c $q = 160$ geeft $W = -0,05 \cdot 160^2 + 18 \cdot 160 - 500 = 1100$ euro.
 $q = 175$ geeft $W = -0,05 \cdot 175^2 + 18 \cdot 175 - 500 = 1118,75$ euro.
 De winst neemt dan met $\frac{1118,75 - 1100}{1100} \times 100\% \approx 1,7\%$ toe.
- d Voer in $y_1 = -0,05x^2 + 18x - 500$.
 Optie maximum geeft $x = 180$ en $y = 1120$.
 Bij een dagproductie van 180 bureaulampen is de winst maximaal. Hierbij hoort een dagopbrengst van $(-0,05 \cdot 180 + 20) \cdot 180 = 1980$ euro.
 De maximale winst is 1120 euro.
 De prijs van een bureaulamp is dan $p = -0,05 \cdot 180 + 20 = 11$ euro.

Bladzijde 133

- 32** a Bijvoorbeeld 12 euro voor een volwassene en 7 euro voor een kind of 15 euro voor een volwassene en 5 euro voor een kind.
- b $3x + 2y = 45$
- c De kaartjes kosten 15 euro voor een volwassene en 5 euro voor een kind.

Bladzijde 134

- 33** a Een horizontale lijn.
b Een verticale lijn.

34 a $15x + 12y = 2520$
 $12y = -15x + 2520$
 $y = -1\frac{1}{4}x + 210$

b $3p - 2q = 16\frac{1}{2}$
 $3p = 2q + 16\frac{1}{2}$
 $p = \frac{2}{3}q + 5\frac{1}{2}$

c $5a - 2b = 16$
 $-2b = -5a + 16$
 $b = 2\frac{1}{2}a - 8$

d $2(x - 3) + 5y = 14$
 $2x - 6 + 5y = 14$
 $5y = -2x + 20$
 $y = -\frac{2}{5}x + 4$

e $2(x - 3) + 5y = 14$
 $2x - 6 + 5y = 14$
 $2x = -5y + 20$
 $x = -2\frac{1}{2}y + 10$

35 a $3(x - 6) + \frac{1}{4}(2y + 5) = 20$
 $3x - 18 + \frac{1}{2}y + 1\frac{1}{4} = 20$
 $\frac{1}{2}y = -3x + 36\frac{3}{4}$
 $y = -6x + 73\frac{1}{2}$

b $2(T + 8) + 3(2A + 8) = 120$
 $2T + 16 + 6A + 24 = 120$
 $2T = -6A + 80$
 $T = -3A + 40$

c $3(\frac{2}{3}L - 9) + 4K = 6(2 - L)$
 $2L - 27 + 4K = 12 - 6L$
 $8L = -4K + 39$
 $L = -\frac{1}{2}K + 4\frac{7}{8}$

d $\frac{1}{3}(p - 6) + 4(q - 7) = 59$
 $\frac{1}{3}p - 2 + 4q - 28 = 59$
 $\frac{1}{3}p = -4q + 89$
 $p = -12q + 267$

Bladzijde 135

36 a l: $3x - y = 6$

x	2	3
y	0	3

m: $x + y = 1$

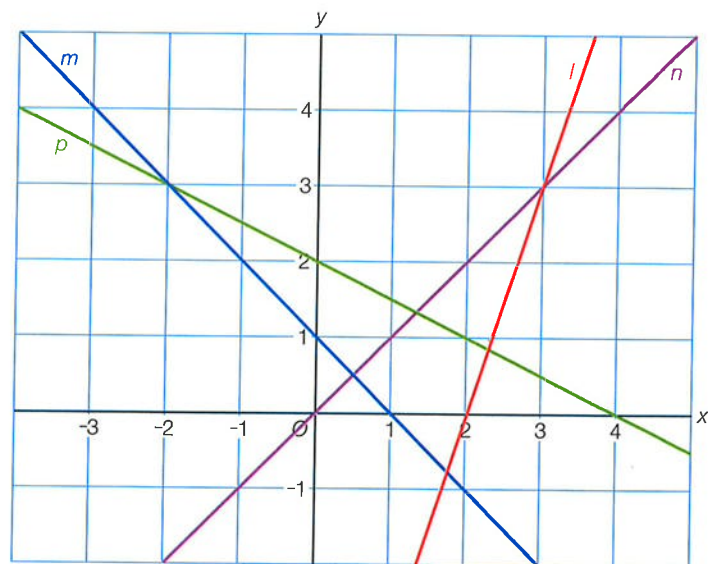
x	0	1
y	1	0

n: $x - y = 0$

x	0	1
y	0	1

p: $x + 2y = 4$

x	0	4
y	2	0



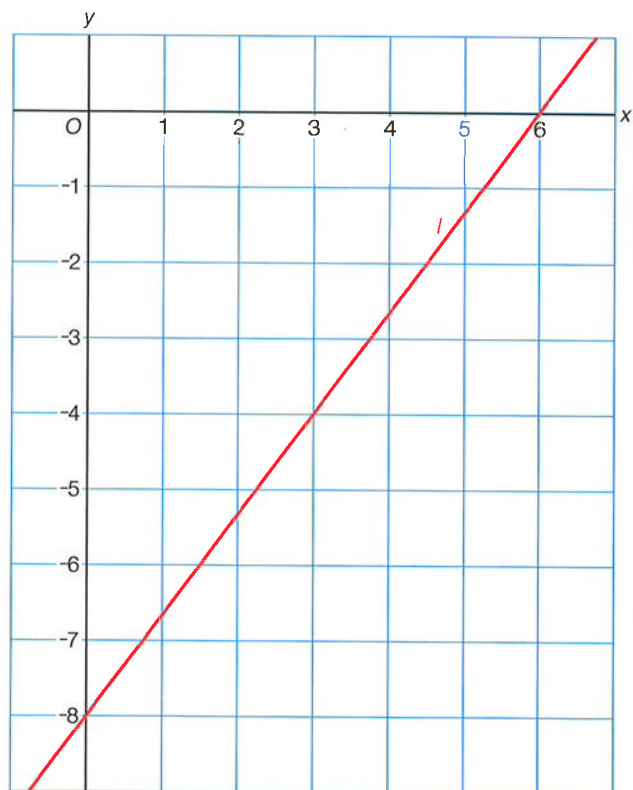
b $3x - y = 6$
 $-y = -3x + 6$
 $y = 3x - 6$
 Dus $rc_l = 3$.

$x + y = 1$
 $y = -x + 1$
 Dus $rc_m = -1$.

$x - y = 0$
 $-y = -x$
 $y = x$
 Dus $rc_n = 1$.

$x + 2y = 4$
 $2y = -x + 4$
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$
 Dus $rc_p = -\frac{1}{2}$.

- 37 a** $y = 0$ geeft $4x = 24$, dus $x = 6$.
 Het snijpunt met de x -as is dus $(6, 0)$.
 $x = 0$ geeft $-3y = 24$, dus $y = -8$.
 Het snijpunt met de y -as is dus $(0, -8)$.
- b** $4 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 32 - 9 = 23 \neq 24$, dus $A(8, 3)$ ligt niet op l .
 $4 \cdot 18 - 3 \cdot 16 = 72 - 48 = 24$, dus $B(18, 16)$ ligt op l .
 $4 \cdot (-30) - 3 \cdot (-48) = -120 + 144 = 24$, dus $C(-30, -48)$ ligt op l .
- c** $D(16, p)$ op l : $4x - 3y = 24$ geeft
 $4 \cdot 16 - 3p = 24$
 $64 - 3p = 24$
 $-3p = -40$
 $p = 13\frac{1}{3}$
- d** $E(q, 48)$ op l : $4x - 3y = 24$ geeft
 $4q - 3 \cdot 48 = 24$
 $4q - 144 = 24$
 $4q = 168$
 $q = 42$



- 38 a** $3x - 4y = 7$
 $-4y = -3x + 7$
 $y = \frac{3}{4}x - 1\frac{3}{4}$
 Dus $rc_l = \frac{3}{4}$.
 $3x - 4y = -8$
 $-4y = -3x - 8$
 $y = \frac{3}{4}x + 2$
 Dus $rc_m = \frac{3}{4}$.
- b** $3x - 4y = c$
 $-4y = -3x + c$
 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}c$
 Dus alle lijnen van de vorm $3x - 4y = c$ hebben $rc = \frac{3}{4}$ en zijn dus evenwijdig.
- c** $A(5, 1)$ op $3x - 4y = c$ geeft $c = 3 \cdot 5 - 4 \cdot 1 = 11$.
- d** k evenwijdig met l dus $k: 3x - 4y = c$
 door $B(3, -1)$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} k: 3x - 4y = c \\ \text{door } B(3, -1) \end{matrix}} \right\} c = 3 \cdot 3 - 4 \cdot (-1) = 13$
 Dus $k: 3x - 4y = 13$.

- 39 a** $3x - 8y = 36$
 $-8y = -3x + 36$
 $y = \frac{3}{8}x - 4\frac{1}{2}$
Dus $rc_m = \frac{3}{8}$.
- b** $x = 0$ geeft $y = -4\frac{1}{2}$, dus $A(0, -4\frac{1}{2})$.
- c** $B(-10, p)$ op m geeft $3 \cdot -10 - 8 \cdot p = 36$
 $-30 - 8p = 36$
 $-8p = 66$
 $p = -8\frac{1}{4}$
- d** $C(q, 9)$ op m geeft $3 \cdot q - 8 \cdot 9 = 36$
 $3q - 72 = 36$
 $3q = 108$
 $q = 36$
- e** n evenwijdig met m dus $n: 3x - 8y = c$ } $c = 3 \cdot 5 - 8 \cdot 1 = 7$
door $D(5, 1)$
Dus $n: 3x - 8y = 7$.

- 40** Stel René koopt x appels, dan koopt hij $3x$ peren.
De appels en peren samen kosten dan $0,4x + 0,5 \cdot 3x = 1,9x$ euro.
René kan maximaal vijf appels en vijftien peren kopen voor 10 euro, want dan kosten de appels en peren samen $1,9 \cdot 5 = 9,50$ euro. Maar dan kan hij geen bananen meer kopen.
Als René vier appels en twaalf peren koopt, dan kosten de appels en peren samen $1,9 \cdot 4 = 7,60$ euro.
Hij heeft dan nog $10 - 7,60 = 2,40$ euro over om drie bananen te kopen.
René koopt dus $4 + 12 + 3 = 19$ stuks fruit.

3.3 Procentberekeningen en de wetenschappelijke notatie

Bladzijde 137

- 41** In Amsterdam is de absolute toename $854 - 731 = 123$ duizend en in Utrecht is dat $348 - 234 = 114$ duizend.
De absolute toename is in Amsterdam groter. Hiermee is de bewering van Maud te verdedigen.
- In Amsterdam is de procentuele toename $\frac{123}{731} \times 100\% \approx 16,8\%$ en in Utrecht is dat $\frac{114}{234} \times 100\% \approx 48,7\%$.
De procentuele toename is in Utrecht groter. Hiermee is de bewering van Pepijn te verdedigen.

Bladzijde 139

- 42 a** $0,3\%$ van 8700 is $0,003 \cdot 8700 = 26,1$.
- b** Je krijgt $0,913 \times 3,2$ miljoen $\approx 2,9$ miljoen.
- c** De procentuele toename is $\frac{180 - 160}{160} \times 100\% = 12,5\%$.
- d** De hoeveelheid was $\frac{1280}{1,079} \approx 1190$.
- e** 57 van 121 is $\frac{57}{121} \times 100\% \approx 47,1\%$.
- f** Het totaal is $\frac{8,3 \text{ miljoen}}{0,126} \approx 65,9$ miljoen.
- g** $NIEUW = 1,023 \cdot 12\,580 \approx 12\,870$.
- 43 a** De oorspronkelijke prijs was $\frac{81}{0,75} = 108$ euro.
- b** Zonder BTW kost de fiets $\frac{552}{1,21} \approx €456,20$.
- c** De uitstoot in 2007 was $\frac{109}{0,66} \approx 165$ gram CO_2 per km.

- 44 a** De relatieve toename voor volledig elektrisch is $\frac{21\,800 - 7\,400}{7\,400} \times 100\% \approx 194,6\%$,
 voor hybride $\frac{152\,000 - 111\,800}{111\,800} \times 100\% \approx 36,0\%$ en voor plug-in hybride
 $\frac{97\,300 - 36\,800}{36\,800} \times 100\% \approx 164,4\%$.
 Bij de volledig elektrische personenauto's was de relatieve toename het grootst.
- b** In 2015 was $\frac{7\,400}{156\,000} \times 100\% \approx 4,7\%$ van de elektrische personenauto's volledig elektrisch.
- c** In 2018 was $\frac{271\,100}{8\,400\,000} \times 100\% \approx 3,2\%$ van de personenauto's elektrisch.
- d** Het totale aantal personenauto's in 2015 was $\frac{156\,000}{0,021} \approx 7\,429\,000$.
- e** In 2017 was het aantal plug-in hybride personenauto's $\frac{97\,300}{1,016} \approx 95\,800$.

Bladzijde 140

- 45 a** De relatieve toename is $\frac{27\,000 - 21\,400}{21\,400} \times 100\% \approx 26,2\%$.
- b** In 2017 hadden $1,154 \cdot 26\,600 \approx 30\,700$ leerlingen een NG-profiel.
- c** In 2012 hadden $\frac{32\,500}{1,025} \approx 31\,700$ leerlingen een EM-profiel.
- d** In 2012 waren er $\frac{2\,600}{0,213} \approx 12\,200$ CM-leerlingen, dus in 2017 waren er
 $12\,200 - 2\,600 = 9\,600$ CM-leerlingen.
- 46 a** De PvdA haalde $0,062 \cdot 157\,822 \approx 9\,800$ stemmen.
- b** In 2018 stemden $1,540 \cdot 23\,531 \approx 36\,200$ mensen op GroenLinks.
- c** In 2014 stemden $\frac{20\,522}{1,357} \approx 15\,100$ mensen op de VVD.
- d** Het CDA kreeg $\frac{8\,428}{157\,822} \times 100\% \approx 5,3\%$ van de stemmen.
- e** De procentuele afname is $\frac{4\,094}{36\,829} \times 100\% \approx 11,1\%$.
- f** Utrecht telde $\frac{157\,822}{0,590} \approx 267\,500$ stemgerechtigden in 2018.
- g** In 2018 stemden $0,485 \cdot 13\,223 \approx 6\,400$ mensen op de SP.
- h** In 2014 stemden $\frac{1\,053}{0,195} = 5\,400$ mensen op de CU, dus in 2018 stemden er
 $5\,400 + 1\,053 \approx 6\,453$ mensen op de CU.

Bladzijde 141

- 47** In 2020 was de winst $8 \cdot 1,12 \cdot 1,23 \cdot 1,18 = 13,00\ldots$ miljoen euro.
 Dat is een procentuele toename van $\frac{13,00\ldots - 8}{8} \times 100\% \approx 62,6\%$.

Alternatieve uitwerking

$1,12 \cdot 1,23 \cdot 1,18 \approx 1,626$, dus de toename is 62,6%.

- 48 a** De procentuele toename per jaar is $\frac{324 - 240}{240} \times 100\% = 35\%$.
 In 2019 waren er $1,35 \cdot 324 \approx 437$ geboorten.
- b** In 2016 waren er $\frac{240}{1,35} \approx 178$ geboorten.

- 49 a** $1,15 \cdot 1,25 = 1,4375$
Dus de winst is 43,75% meer.
- b** $1,15 \cdot 0,85 = 0,9775$
Je hebt nu 97,75% van het oorspronkelijke bedrag.
- c** Dit gaat alleen op als er evenveel jongens als meisjes zijn.
Zitten er 10 jongens en 20 meisjes in de klas, dan hebben $0,4 \cdot 10 + 0,2 \cdot 20 = 8$ leerlingen een onvoldoende en dat is $\frac{8}{30} \times 100\% \approx 26,7\%$.

- 50 a** De gemiddelde jaarbezetting is $\frac{3 \cdot 88\% + 9 \cdot 40\%}{12} = 52\%$.
- b** Als het vat 30% leeg is dan is het 70% vol. Het verschil tussen 30% vol en 30% leeg is dus $70\% - 30\% = 40\%$. Bij deze 40% hoort 30 liter. Dus als het vat vol is zit er $\frac{30}{0,4} = 75$ liter in.
- c** Nadat zijn dorst gelest is, bestaat de kameel voor 15% niet uit water. Dat deel weegt $0,15 \cdot 800 = 120$ kg.
Voordat zijn dorst gelest is, bestaat de kameel voor 16% niet uit water. Dat deel weegt ook 120 kg.
Voordat zijn dorst gelest is, weegt de kameel dus $\frac{120}{0,16} = 750$ kg.

- 51 a** Per jaar wordt er vermenigvuldigd met 1,025, dus per 10 jaar met $1,025^{10} \approx 1,28$.
Hieruit volgt $H_{\text{nieuw}} = 1,28 \cdot H$, dus $a = 1,28$.
- b** Als de groei 11 jaar duurt, dan is de factor $1,06^{11} \approx 1,898$.
Als de groei 12 jaar duurt, dan is de factor $1,06^{12} \approx 2,012$.
Het duurt dus 12 jaar.

Bladzijde 142

- 52** Er staat 6,708E11 en dat betekent
 $6,708 \cdot 10^{11} = 6,708 \cdot 100\,000\,000\,000 = 670\,800\,000\,000 \approx 671$ miljard.

Bladzijde 143

- 53 a** $432 \text{ miljard} = 432 \cdot 10^9 = 4,32 \cdot 10^{11}$
- b** $0,0061 = 6,1 \cdot 10^{-3}$
- c** $126 \cdot 10^4 = 1,26 \cdot 10^6$
- d** $0,0048 \cdot 10^{-8} = 4,8 \cdot 10^{-11}$
- 54 a** $0,03^7 \approx 2,19 \cdot 10^{-11}$
- b** $\left(\frac{1}{12}\right)^4 \approx 4,82 \cdot 10^{-5}$
- c** $225^6 \approx 1,30 \cdot 10^{14}$
- d** $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \approx 4,28 \cdot 10^{-3}$
- e** $\frac{2}{13}$ deel van een miljard $= \frac{2}{13} \cdot 10^9 \approx 1,54 \cdot 10^8$
- f** $\frac{14}{3 \cdot 10^5} \approx 4,67 \cdot 10^{-5}$
- 55 a** $3,5 \cdot 10^6 \times 0,4 \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^{10}$
- b** $1200 \cdot 55\,000 = 6,6 \cdot 10^7$
- c** $12,5 \text{ miljoen} \times 460\,000 = 12,5 \cdot 10^6 \times 460\,000 = 5,75 \cdot 10^{12}$
- d** $0,018 \times 5 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^{-8}$
- e** $\frac{1,5 \text{ duizend}}{3 \text{ miljard}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^9} = 5 \cdot 10^{-7}$
- f** $0,8^{12} \cdot 2,5^{20} = 6,25 \cdot 10^6$
- 56 a** $84,5 \text{ miljard} = 84,5 \cdot 10^9 = 8,45 \cdot 10^{10}$ en $0,00075 = 7,5 \cdot 10^{-4}$.
- b** $0,04^8 \approx 6,55 \cdot 10^{-12}$ en $215^6 \approx 9,88 \cdot 10^{13}$.
- c** $\left(\frac{2}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{11}\right)^3 \approx 4,95 \cdot 10^{-5}$
- d** $1500 \times 6,2 \cdot 10^4 = 9,3 \cdot 10^7$ en $\frac{18 \text{ miljoen}}{2,4 \text{ miljard}} = \frac{18 \cdot 10^6}{2,4 \cdot 10^9} = 7,5 \cdot 10^{-3}$.

Bladzijde 144

- 57 a** spaartegoed $= 7,8 \cdot 10^6 \times 44\,500 = 3,471 \cdot 10^{11}$ euro
- b** kans $= \frac{4}{25 \cdot 10^9} = 1,6 \cdot 10^{-10}$

- 58** a $7,7 \cdot 10^9 \times 180 \cdot 10^6 = 1,386 \cdot 10^{18} \text{ m}^3 \text{ water}$
 b hoeveelheid $= 5 \cdot 0,6^{24} \approx 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ mg}$

- 59** a $1111^2 = 1234321$ en $11111^2 = 123454321$.
 Het antwoord bestaat steeds uit achtereenvolgens de cijfers 1 tot en met het aantal enen dat je kwadrateert en dan terug naar 1.
 b $111111^2 = 12345654321$
 $111111111^2 = 1234567900987654321$
 Toelichting: het antwoord bestaat uit $2 \cdot 10 - 1 = 19$ cijfers. Volgens de ontdekte regelmaat zouden de eerste negen cijfers 1 t/m 9 moeten zijn, het middelste cijfer een 10, en de laatste negen cijfers 1 t/m 9 in omgekeerde volgorde. Omdat 10 uit twee cijfers bestaat, wordt het middelste cijfer een 0 en moet je 1 optellen bij het cijfer links van het midden. Dat was een 9 en wordt dus een 10: wederom een 0, en 1 optellen bij het cijfer links daarvan. Dat was een 8 en wordt dus een 9. Het antwoord is dus 1234567900987654321.

3.4 Rekenen met eenheden

Bladzijde 146

- 60** De oppervlakte van het weiland is $300 \cdot 420 = 126\,000 \text{ m}^2$ en dat is $\frac{126\,000}{10\,000} = 12,6 \text{ ha}$.

Alternatieve uitwerking

$300 \text{ m} = 3 \text{ hm}$ en $420 \text{ m} = 4,2 \text{ hm}$.

De oppervlakte van het weiland is $3 \cdot 4,2 = 12,6 \text{ ha}$.

Bladzijde 147

- 61** a $1 \text{ km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 100^4 \text{ dm}^2$, dus $150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2$.
 $1 \text{ mm} = \frac{1}{10 \cdot 10} \text{ dm} = \frac{1}{10^2} \text{ dm}$, dus $0,02 \text{ mm} = 0,02 \cdot \frac{1}{10^2} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm}$.
 b $100^3 = 1\,000\,000$ en $1000^2 = 1\,000\,000$
 c 1 km^2 is 1 km bij 1 km, oftewel 1000 m bij 1000 m en dat is 1000^2 m^2 .
 d $5 \text{ km}^2 = 5 \cdot 1000^2 \text{ m}^2 = 5\,000\,000 \text{ m}^2$
- 62** a $52 \text{ hm} = 5200 \text{ m}$ e $1,45 \cdot 10^{-8} \text{ km}^3 = 1,45 \cdot 10^1 \text{ m}^3 = 14,5 \text{ m}^3$
 b $3,4 \cdot 10^7 \text{ mm} = 3,4 \cdot 10^1 \text{ km} = 34 \text{ km}$ f $5045 \text{ L} = 5,045 \text{ m}^3$
 c $4,3 \text{ km}^2 = 4\,300\,000 \text{ m}^2$ g $0,06 \text{ dL} = 6 \text{ mL}$
 d $6,1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = 6,1 \cdot 10^2 \text{ ha} = 610 \text{ ha}$ h $7,5 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 = 7,5 \cdot 10^{-1} \text{ dm}^3 = 0,75 \text{ L}$
- 63** a $4 \text{ L} = 4 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$
 $50 \text{ m}^2 = 50 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$
 De dikte is $\frac{4 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^6} = 0,08 \text{ mm}$.
 b Per jaar lekt er $0,05 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 788\,400 \text{ mL} = 788,4 \text{ L}$.
 Kees heeft dus niet gelijk.

Bladzijde 148

- 64** a $880 \text{ mm} = 0,88 \text{ m}$
 Er valt dan per m^2 $0,88 \cdot 1 = 0,88 \text{ m}^3 = 880 \text{ dm}^3 = 880 \text{ L}$.
 b De intensiteit tijdens de wolkbreuk is $3 \cdot 24 = 72 \text{ mm per uur}$.
 De gemiddelde intensiteit is $\frac{880}{624} = 1,41\ldots \text{ mm per uur}$.
 Dat is dus $\frac{72}{1,41\ldots} \approx 51$ keer zo groot.
 c 24 mm betekent 24 liter per m^2 .
 Er viel $24 \cdot 102 \cdot 65 = 159\,120 \text{ L} = 159,12 \text{ m}^3$ neerslag.

- d $81 \text{ mm} = 81 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 $41\,500 \text{ km}^2 = 41\,500 \cdot 10^6 \text{ m}^2$
 Er valt in juli in Nederland $81 \cdot 10^{-3} \cdot 41\,500 \cdot 10^6 = 3,3615 \cdot 10^9 \text{ m}^3$ neerslag.
 Per inwoner is dat $\frac{3,3615 \cdot 10^9}{17,4 \cdot 10^6} \approx 193 \text{ m}^3$.

- 65 a De ijskappen bevatten $0,021 \times 1385 \cdot 10^6 = 29\,085\,000 \text{ km}^3$ water.
 De totale hoeveelheid zoet water is
 $\frac{29\,085\,000}{0,687} \approx 42\,336\,245 \text{ km}^3 = 42\,336\,245 \cdot 10^9 \text{ m}^3$ zoet water.
 Per aardbewoner is dat $\frac{42\,336\,245 \cdot 10^9}{7,7 \cdot 10^9} \approx 5,5$ miljoen m^3 zoet water.
 b De hoeveelheid neerslag op land is $502\,800 + 74\,200 - 458\,000 = 119\,000 \text{ km}^3$.
 $\frac{119\,000}{42\,336\,245} \times 100\% \approx 0,28\%$ van het zoet water valt als neerslag op land.

Bladzijde 149

- 66 a Er gaan 60 seconden in een minuut. Dus is 45 seconden $\frac{45}{60}$ deel van een minuut en $\frac{45}{60} = 0,75$.
 b $27,75 \text{ minuten} = \frac{27,75}{60} \text{ uur} = 0,4625 \text{ uur}$
 c De gemiddelde snelheid is $\frac{7}{0,4625} \approx 15,1 \text{ km per uur}$.
- 67 a Haar gemiddelde snelheid was $\frac{100}{10,49} \text{ m/s} = \frac{100}{10,49} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 34,318 \text{ km/uur}$.
 b $12,37,35$ is hetzelfde als $12 \cdot 60 + 37,35 = 757,35$ seconden.
 Zijn gemiddelde snelheid was $\frac{5000}{757,35} \text{ m/s} = \frac{5000}{757,35} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 23,767 \text{ km/uur}$.
 c $2:01.39$ is hetzelfde als $2 \cdot 60 \cdot 60 + 1 \cdot 60 + 39 = 7299$ seconden.
 Zijn gemiddelde snelheid was $\frac{42\,195}{7299} \text{ m/s} = \frac{42\,195}{7299} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 20,811 \text{ km/uur}$.

Bladzijde 150

- 68 a De gemiddelde snelheid is $\frac{6}{(\frac{25}{60})} = 14,4 \text{ km/uur}$.
 b Zijn recordtijd is $\frac{9,8}{14} = 0,7 \text{ uur} = 0,7 \cdot 60 \text{ minuten} = 42 \text{ minuten}$.
 c Dat is $\frac{26}{6,0} = 4\frac{1}{3} \text{ minuten} = 4 \text{ minuten en } 20 \text{ seconden}$.
 d De afstand is $12,6 \cdot 1\frac{50}{60} = 23,1 \text{ km}$.
- 69 Het geluid moet 200 cm heen en 200 cm terug. In totaal legt het geluid dus $400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$ af.
 $1235 \text{ km/uur} = \frac{1235}{3,6} \text{ m/s}$
 Er zit dus $\frac{4}{(\frac{1235}{3,6})} \approx 0,012 \text{ seconde}$ tussen.
- 70 a heenweg: tijd = $\frac{100}{80} = 1,25 \text{ uur} = 1 \text{ uur en } 15 \text{ minuten} = 75 \text{ minuten}$
 terugweg: tijd = $\frac{100}{120} = \frac{5}{6} \text{ uur} = 50 \text{ minuten}$
 b $75 + 50 = 125 \text{ minuten} = \frac{125}{60} = 2\frac{1}{12} \text{ uur}$
 gemiddelde snelheid = $\frac{200}{2\frac{1}{12}} = 96 \text{ km/uur}$

$$c \quad t = \frac{d}{80} + \frac{d}{120} = \frac{3d}{240} + \frac{2d}{240} = \frac{5d}{240} = \frac{d}{48} = \frac{1}{48}d$$

$$\text{gemiddelde snelheid} = \frac{2d}{\frac{1}{48}d} = \frac{2}{\frac{1}{48}} = 2 \cdot 48 = 96 \text{ km/uur}$$

Dus de gemiddelde snelheid hangt niet af van d .

- d Snelheid op de heenreis is a km/uur, dan is de snelheid op de terugreis $2a$ km/uur.

Dus voor de heenweg geldt $t = \frac{d}{a}$ en voor de terugweg geldt $t = \frac{d}{2a}$.

Voor de totale reis geldt dus $t = \frac{d}{a} + \frac{d}{2a} = \frac{2d}{2a} + \frac{d}{2a} = \frac{3d}{2a}$.

$$e \quad \text{gemiddelde snelheid} = \frac{2d}{\left(\frac{3d}{2a}\right)} = 2d \cdot \frac{2a}{3d} = \frac{4ad}{3d} = 1\frac{1}{3}a$$

Bladzijde 151

71 a $\frac{1}{300\,000} \approx 3,3 \cdot 10^{-6}$ seconden

b Het licht legt in een jaar ongeveer $300\,000 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \approx 9,46 \cdot 10^{12}$ km af.

c Dat is $1,3 \cdot 300\,000 = 390\,000$ km.

d In augustus 2021 heeft de Voyager 2 ongeveer $44 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 56\,500 = 2,17 \dots \cdot 10^{10}$ km afgelegd.

Dat is $\frac{2,17 \dots \cdot 10^{10}}{9,46 \cdot 10^{12}} \approx 0,002$ lichtjaar.

- 72 Stel de afstand tussen A en B is d km.

Sandra doet dan over de heenweg $\frac{d}{14}$ uur en over de terugweg $\frac{d}{12}$ uur.

$$\begin{aligned} \text{Oplossen van de vergelijking } \frac{1}{14}d + \frac{1}{12}d &= 1\frac{5}{60} \text{ geeft } \frac{6}{84}d + \frac{7}{84}d = 1\frac{5}{60} \\ \frac{13}{84}d &= \frac{65}{60} \\ d &= \frac{65}{60} \cdot \frac{84}{13} = 7 \end{aligned}$$

De afstand tussen A en B is 7 km.

- 73 a $x = 200$ geeft $K = 0,025 \cdot 200 + 45 = 50$

De kosten zijn 50 dollar.

b 200 ft^3 is $200 \cdot 0,3048^3 \approx 5,66 \text{ m}^3$

c $1 \text{ m}^3 = \frac{1}{0,3048^3} \approx 35,3 \text{ ft}^3$, dus $x \approx 35,3y$.

d Invullen van $35,3y$ op de plek van x geeft $K = 0,025 \cdot 35,3y + 45 = 0,8825y + 45$, dus $K = 0,8825y + 45$.

$y = 5,66$ geeft $K = 0,8825 \cdot 5,66 + 45 \approx 50$ en dit klopt met het antwoord op vraag a.

Bladzijde 152

- 74 a Omdat we van liter per km (inhoud per afstand) naar mijl per gallon (afstand per inhoud) moeten rekenen.

b $1 \text{ mijl} = 1,6 \text{ km}$, dus $1 \text{ km} = \frac{1}{1,6} \text{ mijl}$ en $100 \text{ km} = 100 \cdot \frac{1}{1,6} = \frac{100}{1,6} \text{ mijl}$.

$1 \text{ gallon} = 3,8 \text{ liter}$, dus $1 \text{ liter} = \frac{1}{3,8} \text{ gallon}$ en $6,0 \text{ liter} = 6,0 \cdot \frac{1}{3,8} = \frac{6,0}{3,8} \text{ gallon}$.

- 75 a $5,8 \text{ liter per } 100 \text{ km} = 100 \text{ km per } 5,8 \text{ liter} = \frac{100}{5,8} \text{ km per liter} = \frac{100}{5,8} \cdot 50 \text{ km per } 50 \text{ liter}$.

$6,4 \text{ liter per } 100 \text{ km} = 100 \text{ km per } 6,4 \text{ liter} = \frac{100}{6,4} \text{ km per liter} = \frac{100}{6,4} \cdot 50 \text{ km per } 50 \text{ liter}$.

Auto 1 komt dus $\frac{100}{5,8} \cdot 50 - \frac{100}{6,4} \cdot 50 \approx 81 \text{ km}$ verder met een volle tank.

- b** Auto 1 kan $\frac{100}{5,8} \cdot 40 \approx 689,65...$ km rijden met 40 liter benzine.

Auto 2 verbruikt bij die afstand $\frac{689,65...}{100} \cdot 6,4 \approx 44,1$ liter benzine.

Auto 2 moet dus 44,1 liter benzine in de tank hebben.

Bladzijde 153

- 76 a** 110 zeemijlen per 8 uur = $110 \cdot 1,852$ km per 8 uur = $\frac{110 \cdot 1,852}{8}$ km/uur $\approx 25,5$ km/uur
- b** $76\,679$ acres = $76\,679 \cdot 4049$ m² = $\frac{76\,679 \cdot 4049}{100^3}$ km² ≈ 310 km²
- c** In de formule t vervangen door $24d$ geeft $N = 0,1 \cdot (24d)^2 + 0,5 \cdot 24d + 10$
 $N = 0,1 \cdot 576d^2 + 12d + 10$
 $N = 57,6d^2 + 12d + 10$
- d** In de formule L vervangen door $\frac{1}{2,54}l$ en t door $7w$ geeft $\frac{1}{2,54}l = 0,04 \cdot (7w)^2 - 7w + 31$
 $\frac{1}{2,54}l = 0,04 \cdot 49w^2 - 7w + 31$
 $l = 2,54(1,96w^2 - 7w + 31)$
 $l \approx 4,98w^2 - 17,78w + 78,74$

Dus $l = 4,98w^2 - 17,78w + 78,74$.

- 77 a** Voer in $y_1 = 0,000625x^2 - 0,1x + 10$.
 De optie minimum geeft $x = 80$ en $y = 6$.
 Het brandstofverbruik is minimaal bij een snelheid van 80 km/uur en bedraagt 6 liter per 100 km.
 6 liter per 100 km = 100 km per 6 liter = $\frac{100}{6}$ km per liter = $\frac{100}{6} \cdot 45$ km per 45 liter
 = 750 km per 45 liter
 Je kunt dan met een volle tank 750 km rijden.
- b** B liter per 100 km = $B \cdot 1,6$ liter per 100 mijl, dus $V = 1,6B$, oftewel $B = \frac{1}{1,6}V = 0,625V$.
 In de formule B vervangen door $0,625V$ en v vervangen door $1,6x$ geeft
 $0,625V = 0,000625 \cdot (1,6x)^2 - 0,1 \cdot 1,6x + 10$
 $0,625V = 0,000625 \cdot 2,56x^2 - 0,16x + 10$
 $V = 0,00256x^2 - 0,256x + 16$
- c** In de formule V vervangen door $3,8P$ geeft $3,8P = 0,00256x^2 - 0,256x + 16$
 $P \approx 0,00067x^2 - 0,067x + 4,2$.
 Dus $P = 0,00067x^2 - 0,067x + 4,2$.

Bladzijde 154

- 78 a** Bij $C = \frac{F - 32}{1,8}$ het linker- en rechterlid vermenigvuldigen met 1,8 geeft
 $1,8C = F - 32$, dus $F = 1,8C + 32$.
- b** Bij 1 februari hoort $m = 1$ en bij 1 april hoort $m = 3$.
 $m = 1$ geeft $F = 0,252 \cdot 1^2 - 3,06 \cdot 1 + 84,2 = 81,392$ en $C = \frac{81,392 - 32}{1,8} = 27,44$ °C.
 $m = 3$ geeft $F = 0,252 \cdot 3^2 - 3,06 \cdot 3 + 84,2 = 77,288$ en $C = \frac{77,288 - 32}{1,8} = 25,16$ °C.
 De temperatuur neemt met $27,44 - 25,16 \approx 2,3$ °C af.
- c** Voer in $y_1 = 0,252x^2 - 3,06x + 84,2$.
 De optie minimum geeft $y = 74,91...$
 Dus de minimale temperatuur is 74,9 °F, oftewel $\frac{74,91... - 32}{1,8} \approx 23,8$ °C.
- d** In de formule F vervangen door $1,8C + 32$ geeft $1,8C + 32 = 0,252m^2 - 3,06m + 84,2$
 $1,8C = 0,252m^2 - 3,06m + 52,2$
 $C = 0,14m^2 - 1,7m + 29$

e In de formule m vervangen door $\frac{12}{52}w = \frac{3}{13}w$ geeft $C = 0,14 \cdot \left(\frac{3}{13}w\right)^2 - 1,7 \cdot \frac{3}{13}w + 29$
 $C = 0,14 \cdot 0,053...w^2 - 0,392...w + 29$
 $C \approx 0,0075w^2 - 0,39w + 29$

Dus $C = 0,0075w^2 - 0,39w + 29$.

f In de formule w vervangen door $\frac{1}{7}d$ geeft $C = 0,0075 \cdot \left(\frac{1}{7}d\right)^2 - 0,39 \cdot \frac{1}{7}d + 29$

$$C = 0,0075 \cdot \frac{1}{49}d^2 - 0,39 \cdot \frac{1}{7}d + 29$$

$$C \approx 1,53 \cdot 10^{-4}d^2 - 5,57 \cdot 10^{-2}d + 29$$

Dus $a = 1,53 \cdot 10^{-4}$ en $b = 5,57 \cdot 10^{-2}$.

g Voer in $y_1 = 1,53 \cdot 10^{-4}x^2 - 5,57 \cdot 10^{-2}x + 29$.

De optie minimum geeft $x = 182,02...$

Dus voor $d \approx 182$ is de temperatuur van het zeewater minimaal.

Bladzijde 155

79 a Het water kan in de oceaan naar de zijanten wegstromen en bij de bak niet.

Naar de kust toe wordt de diepte van de oceaan minder en bij de bak niet.

b $v = 90$, $l = 80$ en $h = 25$ geeft $H = 0,00035 \cdot \frac{90^2 \cdot 80}{25} = 9,072$

De toename van de hoogte is $9,072$ voet $= 9,072 \cdot 30,5 \text{ cm} = 276,696 \text{ cm} \approx 28 \text{ dm}$.

c $160 \text{ km per uur} = \frac{160}{1,6} = 100$ mijl per uur, dus $v = 100$.

$$120 \text{ km} = \frac{120}{1,6} = 75 \text{ mijl, dus } l = 75.$$

$$10 \text{ m} = 1000 \text{ cm} = \frac{1000}{30,5} = 32,786... \text{ voet, dus } h = 32,786...$$

$$\text{Dat geeft } H = 0,00035 \cdot \frac{100^2 \cdot 75}{32,786...} = 8,00625.$$

De toename van de hoogte is $8,00625$ voet $= 8,00625 \cdot 30,5 \text{ cm} = 244,19... \text{ cm} \approx 2,4 \text{ m}$.

d In de formule H vervangen door $\frac{1}{0,305}H$, v door $\frac{1}{1,6}v$, l door $\frac{1}{1,6}l$ en h door $\frac{1}{0,305}h$

$$\text{geeft } \frac{1}{0,305}H = 0,00035 \cdot \frac{\left(\frac{1}{1,6}v\right)^2 \cdot \frac{1}{1,6}l}{\frac{1}{0,305}h}$$

$$H = 0,305 \cdot 0,00035 \cdot \left(\frac{1}{1,6}\right)^2 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 0,305 \cdot \frac{v^2 l}{h}$$

$$H \approx 7,95 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{v^2 l}{h}$$

Dus $c \approx 7,95 \cdot 10^{-6}$.

Diagnostische toets

Bladzijde 158

1 a $5 \cdot \frac{3a}{b} \cdot \frac{a-2}{2b} = \frac{15a(a-2)}{2b^2} = \frac{15a^2 - 30a}{2b^2}$

b $\frac{3x}{4} \cdot \frac{2-y}{x} = \frac{3x(2-y)}{4x} = \frac{3(2-y)}{4} = \frac{6-3y}{4} = 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}y$

c $4p : \frac{4p+1}{2p+1} = 4p \cdot \frac{2p+1}{4p+1} = \frac{4p(2p+1)}{4p+1} = \frac{8p^2+4p}{4p+1}$

2 a $\frac{4}{3p} - \frac{2}{5p} = \frac{20}{15p} - \frac{6}{15p} = \frac{14}{15p}$

b $\frac{1}{x} + x \cdot \frac{5y}{4x^2} = \frac{1}{x} + \frac{5xy}{4x^2} = \frac{4}{4x} + \frac{5y}{4x} = \frac{4+5y}{4x}$

c $\frac{ab}{2a^2} \cdot (b+1) - (a+1) \cdot \frac{3}{a(a+1)} = \frac{ab(b+1)}{2a^2} - \frac{3}{a} = \frac{b^2+b}{2a} - \frac{6}{2a} = \frac{b^2+b-6}{2a}$

- 3 a** Er zijn $8 + 7 + 4 = 19$ gelijke delen.
 19 delen zijn 285 gram, dus één deel is 15 gram.
 Er zijn $8 \cdot 15 = 120$ gram nootjes.
 Er zijn $7 \cdot 15 = 105$ gram ringetjes.
 Er zijn $4 \cdot 15 = 60$ gram driehoekjes.
- b** Nootjes en ringetjes zijn $8 + 7 = 15$ gelijke delen.
 15 delen zijn 180 gram, dus één deel is 12 gram.
 Er zijn $4 \cdot 12 = 48$ gram driehoekjes.
- 4 a** $(3x - 2)^2 - (2x + 1)(3x - 1) = 9x^2 - 12x + 4 - (6x^2 + x - 1) = 3x^2 - 13x + 5$
- b** $L = 0,032 \cdot \frac{p}{0,0128} \cdot (2 + 6q) = \frac{0,032}{0,0128} \cdot p(2 + 6q) = 2,5p(2 + 6q) = 5p + 15pq$
 Dus $a = 15$ en $b = 5$.
- 5 a** $4x - 3y = 15$
 $-3y = -4x + 15$
 $y = 1\frac{1}{3}x - 5$
- c** $5(\frac{2}{3}P - 6) + 3Q = 4(3 - P)$
 $2P - 30 + 3Q = 12 - 4P$
 $6P = -3Q + 42$
 $P = -\frac{1}{2}Q + 7$
- b** $6(2x - 1) + 9y = 24$
 $12x - 6 + 9y = 24$
 $12x = -9y + 30$
 $x = -\frac{3}{4}y + 2\frac{1}{2}$
- 6 a** De omzet in februari was $0,62 \cdot 3950 = 2449$ euro.
- b** De omzet in maart was $\frac{3250}{1,12} \approx 2902$ euro.
- c** $1,14 \cdot 1,06 \cdot 1,12 \approx 1,353$
 Dus de omzet was ongeveer 35,3% hoger.
- d** totaal = $\frac{216}{0,45} = 480$
 Dus in november kwamen 480 bezoekers in de winkel.

Bladzijde 159

- 7 a** 384 000 km is 384 000 000 m
 De afstand tussen de zon en de aarde is $400 \cdot 384 000 000 \approx 1,54 \cdot 10^{11}$ m.
- b** Een volwassen mens is gemiddeld 1,75 m, dat is 1750 mm.
 De lengte van een bacterie is ongeveer $\frac{1750}{10^6} = 1,75 \cdot 10^{-3}$ mm.
- 8** 160 liter is 160 dm^3
 1,35 m is 13,5 dm
 52 cm is 5,2 dm
 De oppervlakte van de bodem is $13,5 \cdot 5,2 = 70,2 \text{ dm}^2$.
 $\frac{160}{70,2} \approx 2,3$ dm, dus het water komt 23 cm hoog.
- 9 a** 43 minuten is $\frac{43}{60}$ uur
 Haar snelheid is $\frac{5,1}{(\frac{43}{60})} \approx 7,1$ km/uur.
- b** tijd = $\frac{5,1}{11} = 0,46...$ uur
 Ze doet er $0,46... \cdot 60 \approx 28$ minuten over.
- 10 a** In de formule vervangen l door $100L$ en d door $7w$ geeft
 $100L = -0,00002 \cdot (7w)^2 + 0,138 \cdot 7w + 50,9$
 $100L = -0,00098w^2 + 0,966w + 50,9$
 $L = -0,000098w^2 + 0,00966w + 0,509$
- b** 1 schep per fl.oz., dus $\frac{250}{28,41} \approx 9$ schepjes per 250 mL.